



Определитель матрицы

Ответы

- 1.1. 24. 1.2. 0. 1.3. -133. 1.4. 9.
- 2.1. -2. 2.2. 0. 2.3. 0. 2.4. -96. 2.5. -160. 2.6. 1440.
- 3.1. 0. 3.2. 0. 3.3. 0.
- 4.1. 3; 1. 4.2. 1; $1 \pm 2\sqrt{3}$. 4.3. 1. 4.4. 1; -1. 4.5. $x_1 = \sin \alpha$; $x_2 = \cos \alpha$.
- 5.1. 1; 3; 5. 5.2. 0; 1; $\frac{-10 \pm 2\sqrt{531}}{23}$. 5.3. 1; -1. 5.4. $x \in \mathbb{R}$.
- 6.1. $x \in (0; +\infty)$. 6.2. $x \in (-\infty; 9)$. 6.3. $x \in (-7; -3)$.
- 7.1. 10. 7.2. 12. 7.3. $n!$.

Решения и комментарии

$$1.1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 5 \cdot 1 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 8) - (3 \cdot 5 \cdot 7 + 2 \cdot 4 \cdot 1 + 1 \cdot 6 \cdot 8) = \\ = (5 + 84 + 96) - (105 + 8 + 48) = 185 - 161 = 24 \quad \boxed{24}$$

$$1.2. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \end{vmatrix} = (1 \cdot (-2) \cdot 3 + (-1) \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot (-3)) - (1 \cdot (-2) \cdot 3 + (-1) \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot (-3)) = \\ = (-6 - 6 - 6) - (-6 - 6 - 6) = -18 + 18 = 0 \quad \boxed{0}$$

$$1.3. \begin{vmatrix} 0 & 7 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = (0 \cdot 2 \cdot 7 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 7 \cdot 3 \cdot 1) - (7 \cdot 2 \cdot 1 + 7 \cdot 3 \cdot 7 + 0 \cdot 1 \cdot 1) = \\ = (0 + 7 + 21) - (14 + 147 + 0) = 28 - 161 = -133 \quad \boxed{-133}$$

$$1.4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 \cdot 0) - (0 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 0) = \\ = (1 + 8 + 0) - (0 + 0 + 0) = 9 \quad \boxed{9}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \\
 &= -1 \cdot (-1)^{3+3} \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \boxed{-2} ? \\
 &= -1 \cdot -1 = -2.
 \end{aligned}$$

2.1.

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad \boxed{0}
 \end{aligned}$$

2.2.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad \boxed{0}$$

2.3.

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -6 & -8 \\ 1 & 0 & -1 & -6 \end{vmatrix} = (-1)^{2+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -6 & -8 \\ 1 & -1 & -6 \end{vmatrix} = \\
 &= -1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 4 & 20 \\ 0 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & -6 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 20 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = \\
 &= -1 \cdot (16 + 80) = -96.
 \end{aligned}$$

2.4.

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -7 & -10 & -13 \\ 0 & -2 & -6 & -10 \\ 0 & -1 & -2 & -7 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -7 & -10 & -13 \\ -2 & -8 & -10 \\ -1 & -2 & -7 \end{vmatrix} = \\
 &= -1 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 10 & 13 \\ 2 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -4 & -36 \\ 0 & 4 & -4 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix} = \\
 &= -1 \cdot 1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} -4 & -36 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} = \boxed{-160} \\
 &= -1 \cdot (16 + 144) = -160
 \end{aligned}$$

2.5.

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \\ 5 & 25 & 125 & 625 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 6 & 14 \\ 3 & 6 & 24 & 78 \\ 5 & 20 & 120 & 620 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 6 & 14 \\ 6 & 24 & 78 \\ 20 & 120 & 620 \end{vmatrix} = \\
 &= 2 \cdot 6 \cdot 20 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1 & 4 & 13 \\ 1 & 6 & 21 \end{vmatrix} = 240 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 24 \end{vmatrix} = \\
 &= 240 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 24 \end{vmatrix} = 240 \cdot (24 - 18) = 1440.
 \end{aligned}$$

2.6.

1440

$$3.1. \begin{vmatrix} 16 & 3 & 2 & 13 \\ 5 & 10 & 11 & 8 \\ 9 & 6 & 7 & 12 \\ 4 & 15 & 14 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \uparrow -4 \\ \uparrow -2 \\ \uparrow -1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -57 & -54 & 9 \\ 1 & -5 & -3 & 7 \\ 1 & -24 & -21 & 10 \\ 4 & 15 & 14 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \rightarrow -1 \\ \downarrow -1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -57 & -54 & 9 \\ 1 & -5 & -3 & 7 \\ 0 & -19 & -18 & 8 \\ 0 & 35 & 26 & -27 \end{vmatrix} \begin{matrix} \uparrow -3 \\ \downarrow -3 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & -3 & 7 \\ 0 & -19 & -18 & 8 \\ 0 & 35 & 26 & -27 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 4 & 14 & 2 & 11 \\ 12 & 1 & 13 & 8 \\ 9 & 4 & 16 & 5 \\ 6 & 15 & 3 & 10 \end{vmatrix} \begin{matrix} \uparrow -1 \\ \uparrow -2 \\ \downarrow -2 \end{matrix} &= \begin{vmatrix} -2 & 10 & -14 & 6 \\ 0 & -29 & 7 & -12 \\ 9 & 4 & 16 & 5 \\ 6 & 15 & 3 & 10 \end{vmatrix} \begin{matrix} \rightarrow -2 \\ \uparrow -1 \end{matrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & -3 \\ 0 & -29 & 7 & -12 \\ 3 & -11 & 13 & -5 \\ 6 & 15 & 3 & 10 \end{vmatrix} \begin{matrix} \downarrow -2 \\ \downarrow -2 \end{matrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & -3 \\ 0 & -29 & 7 & -12 \\ 3 & -11 & 13 & -5 \\ 0 & 34 & -23 & 20 \end{vmatrix} \begin{matrix} \downarrow -3 \\ \downarrow -3 \end{matrix} = \\
 = -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & -3 \\ 0 & -29 & 7 & -12 \\ 0 & 4 & -8 & 4 \\ 0 & 34 & -23 & 20 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -29 & 7 & -12 \\ 4 & -8 & 4 \\ 34 & -23 & 20 \end{vmatrix} \begin{matrix} \uparrow -2 \\ \downarrow -2 \end{matrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} -34 & 23 & -20 \\ 4 & -8 & 4 \\ 34 & -23 & 20 \end{vmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

3.2.

$$3.3. \begin{vmatrix} 8 & 10 & 3 & 13 \\ 15 & 6 & 1 & 12 \\ 2 & 11 & 16 & 5 \\ 9 & 4 & 14 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} \uparrow -4 \\ \uparrow -3 \\ \downarrow -4 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -34 & -61 & -7 \\ 1 & -71 & -11 & -23 \\ 2 & 11 & 16 & 5 \\ 1 & -37 & -50 & -16 \end{vmatrix} \begin{matrix} \downarrow -1 \\ \downarrow -1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -34 & -61 & -7 \\ 1 & -37 & -50 & -16 \\ 2 & 11 & 16 & 5 \\ 1 & -37 & -50 & -16 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$$1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - x \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} + x^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$6 - x \cdot 8 + x^2 \cdot 2 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases} \quad \text{Orbtem: } 3; 1;$$

4.1.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$x^3 + 3 + 9 - 9x - 3x^2 - 1 = 0 \quad (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0 \quad \Delta = 4 + 44 = 48 = 16 \cdot 3$$

$$x = \frac{2 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{3}$$

4.2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 & -9 & 11 \\ 1 & 1 & -2 & -11 & 0 \end{vmatrix}$ **Lösungen: 1; 1 ± 2√3.**

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} - x \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + x^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$-3 - x \cdot (-6) + x^2 \cdot (-3) = 0 \quad | : (-3)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1 \quad (2kl.) \quad \text{Lösungen: } \boxed{1}$$

4.3.

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 1 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & x \\ \cos \alpha & \sin \alpha & x^2 \end{vmatrix} = 0 \quad 1 \cdot \begin{vmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} - x \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} + x^2 \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - x \cdot 0 + x^2 \cdot (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \text{Lösungen: } \boxed{\pm 1}$$

4.4.

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ \cos \alpha & \cos^2 \alpha & 1 \\ \sin \alpha & \sin^2 \alpha & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad x \cdot \begin{vmatrix} \cos^2 \alpha & 1 \\ \sin^2 \alpha & 1 \end{vmatrix} - x^2 \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & 1 \\ \sin \alpha & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$x \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - x^2 \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) + \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha) = 0 \quad | : (-1)$$

$$x^2 \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) - x \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) (\cos \alpha + \sin \alpha) + \sin \alpha \cos \alpha \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) = 0$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow x \in \mathbb{R}; \quad \sin \alpha \neq \cos \alpha \Rightarrow x^2 - x \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) + \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

4.5. **St. Bezema: $x = \sin \alpha; \quad x = \cos \alpha.$**

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \end{vmatrix} \stackrel{D^{-1}}{=} \begin{vmatrix} 0 & x-1 & x^2-1 & x^3-1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 & 26 \\ 0 & 4 & 24 & 124 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} x-1 & (x-1)(x+1) & (x-1)(x^2+x+1) \\ 2 & 8 & 26 \\ 4 & 24 & 124 \end{vmatrix} =$$

$$= -1 \cdot (x-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+x+1 \\ 1 & 4 & 13 \\ 1 & 6 & 31 \end{vmatrix} \stackrel{D^{-1}}{=} 8 \cdot (1-x) \cdot \begin{vmatrix} 0 & x-3 & x^2+x-12 \\ 1 & 4 & 13 \\ 0 & 2 & 18 \end{vmatrix} =$$

$$= 8 \cdot (1-x) \cdot 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} x-3 & (x-3)(x+4) \\ 2 & 18 \end{vmatrix} = 8 \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & x+4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 16 \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot (9-x-4) = 0 \Rightarrow \underline{x=1; x=3; x=5.}$$

5.1.

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1+x & 1+x^2 & 1+x^3 & 1+x^4 \\ 2 & 5 & 9 & 17 \\ -1 & 3 & -7 & 17 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 1+x & 1+x^2 & 1+x^3 & 1+x^4 \\ 2 & 5 & 9 & 17 \\ -1 & 3 & -7 & 17 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{R_1 \leftrightarrow R_2 \\ R_2 \leftrightarrow R_3 \\ R_3 \leftrightarrow R_4}} \begin{vmatrix} 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 \\ 0 & 3 & 4 & 15 \\ 0 & 4 & -6 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_1 \rightarrow x} \\
 & = x \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 3 & 4 & 15 \\ 0 & 4 & -6 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_4} = x \begin{vmatrix} 0 & x-1 & x^2-1 & x^3-1 \\ 0 & 3 & 4 & 15 \\ 0 & 4 & -6 & 18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = x \cdot (-1)^{4+1} \cdot \begin{vmatrix} x-1 & x^2-1 & x^3-1 \\ 3 & 4 & 15 \\ 4 & -6 & 18 \end{vmatrix} = x(1-x) \cdot \begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+x+1 \\ 3 & 4 & 15 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix} \\
 & = 2x(1-x) \begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+x+1 \\ 1 & 10 & 6 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} = 2x(1-x) \begin{vmatrix} 1 & 10 & 6 \\ 0 & x-9 & x^2+x-5 \\ 0 & -23 & -3 \end{vmatrix} = 2x(1-x) \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} x-9 & x^2+x-5 \\ -23 & -3 \end{vmatrix} \\
 & = 2x(1-x) \begin{vmatrix} x-9 & x^2+x-5 \\ 23 & 3 \end{vmatrix} = 2x(1-x) \cdot (3x-27-23x^2-23x+115) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ -23x^2-20x+88=0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

5.2.

Ombem: $x=0, x=1, x = \frac{-10 \pm \sqrt{153}}{23}$ $\emptyset = 16, 53 \mid x = \frac{20 \pm \sqrt{153}}{-23}$

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & x \\ 1 & x & 0 & x \\ 1 & x & x & 0 \end{vmatrix} = -3 \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & x \\ 1 & x & 0 & x \\ 1 & x & x & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x & x \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 0 & x \\ 1 & x & x & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x & x \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & x & -x & 0 \\ 0 & x & 0 & -x \end{vmatrix} \\
 & = 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & -x & 0 \\ x & 0 & -x \end{vmatrix} = -1 \cdot x \cdot x \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -x^2 \cdot (1+1+1) = -3 \\
 & \quad \quad \quad x^2 = 1 \quad \boxed{x = \pm 1}
 \end{aligned}$$

5.3.

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1+2x & 1+3x & 1+4x \\ 1+x^2 & 1+2x^2 & 1+3x^2 & 1+4x^2 \\ 1+x^3 & 1+2x^3 & 1+3x^3 & 1+4x^3 \\ 1+x^4 & 1+2x^4 & 1+3x^4 & 1+4x^4 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 1+x & 1+2x & 1+3x & 1+4x \\ 1+x^2 & 1+2x^2 & 1+3x^2 & 1+4x^2 \\ 1+x^3 & 1+2x^3 & 1+3x^3 & 1+4x^3 \\ 1+x^4 & 1+2x^4 & 1+3x^4 & 1+4x^4 \end{vmatrix}$$

5.4.

$$\begin{vmatrix} 1+x & x & 2x & 3x \\ 1+x^2 & x^2 & 2x^2 & 3x^2 \\ 1+x^3 & x^3 & 2x^3 & 3x^3 \\ 1+x^4 & x^4 & 2x^4 & 3x^4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+x & x & 0 & 0 \\ 1+x^2 & x^2 & 0 & 0 \\ 1+x^3 & x^3 & 0 & 0 \\ 1+x^4 & x^4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad x \in \mathbb{R}$$

6.1.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix} < 0 \quad x \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -x < 0 \Rightarrow x > 0 \\
 \text{Ombem: } x \in (0; +\infty).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & x \end{vmatrix} > 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -6 \\ 7 & -6 & x-21 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -3 & -6 \\ -6 & x-21 \end{vmatrix} =$$

$$= -3 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & x-21 \end{vmatrix} \stackrel{\substack{-2 \\ -3}}{\rightarrow} = 3 \cdot (x-21-12) = 3(x-33) > 0$$

$$x < 33.$$

6.2. Jawab: $x \in (-\infty; 33)$.

$$\begin{vmatrix} 1 & x+2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -x & -2 & 5 \end{vmatrix} > 0. \quad \begin{vmatrix} 1 & x+2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -x & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & x & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -x-10 & -4 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} -3 & x \\ -x-10 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{\substack{-2 \\ -1}}{\rightarrow} = \begin{vmatrix} -3 & x \\ x+10 & 1 \end{vmatrix} = -21 - x(x+10) =$$

$$= -x^2 - 10x - 21 > 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 21 < 0$$

$$\begin{matrix} \oplus & \ominus & \oplus \\ \hline & -7 & -3 \end{matrix} \quad (x+7)(x+3) < 0$$

6.3. Jawab: $x \in (-7; -3)$.