

## Производная сложной функции

### 1. Дифференцирование по разным переменным

1.1. Найдите производные функции  $z(x, y)$  по переменной  $x$  и по переменной  $y$ :

1)  $z = 2x^2 + 8xy + 2y^2$

2)  $z = 5x^2 - 3xy + 6y^2$

3)  $z = 5x^2 - 20y^2 + 1$

4)  $z = 8x^2 - 9y^2 - 3$

5)  $z = 5x^6y^2$

6)  $z = -8x^3y^5$

1.2. Найдите производные функции  $t(x, a)$  по переменной  $x$  и по переменной  $a$ :

1)  $t = 2ax + a^2$

2)  $t = ax^2 + 4x$

3)  $t = (a-1)x + 2x^2$

4)  $t = (2a+3)x^2 - 3x$

5)  $t = \frac{a}{x^2}$

6)  $t = \frac{x^2}{a}$

7)  $t = a \cdot \sin x$

8)  $t = a^2 \cdot \cos x$

### 2. Основная формула

2.1. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = (2x-1)^5$

2)  $y = (3x+5)^6$

3)  $y = \left(3 - \frac{x}{4}\right)^{12}$

4)  $y = \left(32 - \frac{x}{3}\right)^9$

5)  $y = (x^2 + 2x - 3)^6$

6)  $y = (x^2 - 4x + 5)^4$

7)  $y = \sqrt{4-x^3}$

8)  $y = \sqrt{1-x^4}$

2.2. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \sin^5 x$

2)  $y = \cos^4 x$

3)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$

4)  $y = \sqrt{1 - \operatorname{ctg} x}$

5)  $y = \operatorname{tg}(x^2 + 2x + 1)$

6)  $y = \cos(x^3 + \sqrt{x})$

7)  $y = \sin^2 x + \sqrt{1 - x^2}$

8)  $y = \cos(x^3) + \sqrt{x^2 + 1}$

9)  $y = \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos \sqrt{x}$

10)  $y = \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sin^4 x}$

### 3. Частный случай: линейная функция

3.1. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \sin(5x + 3)$

2)  $y = \cos(2x - 32)$

3)  $y = (12x - 5)^8$

4)  $y = (16 - 9x)^{11}$

5)  $y = \sqrt{0,5x + 3}$

6)  $y = \sqrt{2 - 0,2x}$

3.2. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = (2x)^4$

2)  $y = (5x)^{12}$

3)  $y = (-9x)^8$

4)  $y = (-2x)^6$

5)  $y = \sin 3x$

6)  $y = \cos 5x$

3.3. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$

2)  $y = 2 \sin x \cdot \cos x$

3)  $y = \sin^2 7x + \cos^2 7x$

4)  $y = 2 \cos^2 2x - 1$

## 4. Цепочки производных

4.1. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \sqrt{\cos 3x}$

2)  $y = \sqrt{\sin \frac{x}{4}}$

3)  $y = \sin^6\left(\frac{x}{3}\right)$

4)  $y = \cos \sqrt{2x+1}$

4.2. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \sin(4x) - \cos^3(4x)$

2)  $y = \operatorname{tg}^2(2x) + \cos(4x)$

3)  $y = \sqrt{4x + \sin 6x}$

4)  $y = \sqrt{2 \sin 2x - 16x}$

## 5. Логарифмы и показательная функция

5.1. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = x + \ln x$

2)  $y = \ln x - 2x$

3)  $y = 2x \ln x$

4)  $y = x^2 \cdot \ln x$

5.2. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = x^2 + e^x$

2)  $y = e^x + \sin x$

3)  $y = 2x \cdot e^x$

4)  $y = x^2 \cdot e^x$

5.3. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \ln(x^2 + 3x)$

2)  $y = \ln(x^2 - 2x)$

3)  $y = e^{\sin x}$

4)  $y = e^{2\cos x}$

5)  $y = \ln(\ln x)$

6)  $y = \ln^2 x$

5.4. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = \log_2 x$

2)  $y = 3^x$

3)  $y = \log_2(x^2 - 4x + 8)$

4)  $y = 2^{-x^2 + 6x - 7}$

5)  $y = \ln(\sin 2x)$

6)  $y = \ln(\cos 3x)$

5.5. Найдите производную сложной функции:

1)  $y = x \cdot e^{x^2}$

2)  $y = 2x \cdot e^{x^3}$

3)  $y = x^x$

4)  $y = x^{-x}$

5)  $y = 5^{\cos^2 x}$

6)  $y = 2^{\sin^2 x}$